Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра ИТАС

Лабораторная работа №5

«РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ В КЛАССЕ МОДЕЛЕЙ

НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ»

Вариант №5

|  |  |
| --- | --- |
| Выполнил: | Проверила: |
| студент гр. 820601  Шведов А.Р | Протченко Е.В. |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Минск 2020

# 1. Постановка задачи

Цель:

1. Изучить основные понятия нелинейного программирования (6.1). Ознакомиться с примерами постановок задач нелинейного программирования (6.2).
2. Согласно варианту задания построить математическую модель задачи.
3. Решить задачу, используя метод Франка-Вульфа (6.3).

Указание. При правильном решении задачи во всех предлагаемых вариантах результат должен быть получен после двух итераций.

1. Проверить решение, используя табличный процессор Excel (6.4).

Задание:

Составляется план производства двух химических реактивов (Р1 и Р2). Минимально необходимый объем выпуска реактива Р1 – 250 тонн, реактива Р2 – 100 тонн. Прибыль от продажи одной тонны реактива Р1 составляет 5 тыс. ден.ед., реактива Р2 – 2 тыс. ден.ед. Чтобы выпуск реактивов был экономически выгодным, необходимо, чтобы общая прибыль от продажи реактивов составила не менее 4 млн ден.ед.

Производство реактивов связано с загрязнением окружающей среды. Количество опасных отходов (в граммах), выделяемых в окружающую среду при производстве реактивов, приближенно описывается следующей формулой:

E = 2X1 + 10X2 + 0.2X12 + 0.4X22,

где X1, X2 - объем выпуска реактивов Р1 и Р2 (в тоннах).

Требуется найти объемы производства реактивов, при которых загрязнение окружающей среды будет минимальным.

**2. Ход работы**

## 2.1 Построение математической модели задачи.

Пусть Х1 – реактив Р1, а Х2 – реактив Р2. Приведем математическую модель задачи:

X1 >= 250

X2 >= 100

5000X1 + 2000X2 >= 4000000

X1, X2 – целые

X1, X2 >= 0

E = 2X1 + 10X2 + 0.2X12 + 0.4X22 -> min

Так как в этой задаче система ограничений линейная, а целевая функция – нелинейная (квадратичная), данная задача представляет собой задачу нелинейного квадратичного программирования.

## 2.2 Решение задачи с использованием метода Франка-Вульфа

### 2.2.1 Начальное допустимое решение

Предварительно найдем градиент целевой функции:

Найдем начальное допустимое решение. Для этого исключим из целевой функции все нелинейные элементы и решим симплекс-методом полученную задачу.

Задача будет следующей:

X1 >= 250

X2 >= 100

5000X1 + 2000X2 >= 4000000

X1, X2 >= 0

E = 2X1 + 10X2 -> min

Решив задачу, мы получили начальное допустимое значение:

Х1(0) = 760, Х2(0) = 100.

Е (0) = 2\*760 + 10\*100 + 0,2\*7602 + 0,4\*1002 = 122040.

Зададим требуемую точность решения задачи = 100, т.е. решение будет найдено, если переход к новому решению приводит к увеличению целевой функции не более чем на 100.

### Итерация 1

1. Находим градиент целевой функции в точке ОДР:

2. Далее определим угловую точку ОДР, которая соответствует предельно

допустимому перемещению от текущего решения в направлении градиента.

Решим задачу линейного программирования с исходными ограничениями и целевой функцией с коэффициентами координаты градиента:

X1 >= 250

X2 >= 100

5000X1 + 2000X2 >= 4000000

X1, X2 >= 0

W = 306X1 + 90X2 ->min

Решение: Х1\* = 250, Х2\* = 1375. Поиск нового решения будет выполняться в направлении от точки X(0) = (760;100) к точке X\* (250;1375).

3. Уравнения для перехода к новому решению:

Х1(1) = Х1(0) + λ(Х1\*- Х1(0)) = 760+ λ(250-760) = 760 - λ510;

Х2(1) = Х2(0) + λ(Х2\*- Х2(0)) = 100+ λ(1375-100) = 100 + λ1275;

4. Определим коэффициент λ (величина перемещения от текущего решения к новому в направлении X\*). Подставим в целевую функцию E уравнения для перехода к новому решению:

Е = 2(760- λ510) + 10(100+ λ1275) + 0,2(760- λ510)2 + 0,4(100+ λ1275)2 = 122040 - 41310λ + 702270λ2

Коэффициент λ находится из условия экстремума целевой функции dE/dλ=0.

λ =0,029.

5. Определяем новое решение:

Х1(1) = 760 - 510\*0,029 = 745;

Х2(1) = 100 + 1275\*0,029 = 137;

Е(1) = 2\*745 +10\*137 + 0,2\*7452 + 0,4\*1372 = 121372,6.

6. Проверяем условие окончания поиска решения.

Величина . Значит, условие окончания поиска решения не выполняется. Требуется следующая итерация.

### Итерация 2

1. Находим градиент целевой функции в точке ОДР:

2. Далее определим угловую точку ОДР, которая соответствует предельно

допустимому перемещению от текущего решения в направлении градиента.

Решим задачу линейного программирования с исходными ограничениями и целевой функцией с коэффициентами координаты градиента:

X1 >= 250

X2 >= 100

5000X1 + 2000X2 >= 4000000

X1, X2 >= 0

W = 300X1 + 119,6X2 ->min

Решение: Х1\*=250, Х2\*=1375.

3. Уравнения для перехода к новому решению:

Х1(2)= 745+ λ(250-745)=745- λ495;

Х2(2)= 137+ λ(1375-137)=137+ λ1238;

4. Определим коэффициент λ. Подставим в целевую функцию E уравнения для перехода к новому решению:

Е = 2(745 - λ495) + 10(137+ λ1238) + 0,2(745- λ495)2 + 0,4(137+ λ1238)2 = 121372,6-435,2λ + 662062,6λ2

Коэффициент λ находится из условия экстремума целевой функции dE/dλ=0.

λ = 0.

5. Определяем новое решение:

Х1(2) = 745 - 510\*0 = 745;

Х2(2) = 137+ 1275\*0 = 137;

Е(2) = 2\*745 + 10\*137 + 0,2\*7452 + 0,4\*1372 = 121372,6.

6. Проверяем условие окончания поиска решения.

Так как ΔE ≤ ε, оптимальное решение найдено: X1 = 745, X2 = 137. Оптимальное значение целевой функции E = 121372,6.

## Решение задачи с использованием табличного процессора Excel

